Teoria dei Segnali 25/02/2005

COGNOME NOME MATRICOLA

(A)

Esercizio 1

Sia $x(t)$ un segnale impulsivo noto, limitato in banda da $-W$ a W; sia inoltre $p(t)$ un segnale periodico noto di periodo $T = 1/2W$. Sia $y(t) = x(t) \cdot p(t)$. Determinare la trasformazione lineare e permanente che applicata a $y(t)$ consenta di ricavare $x(t)$.

Esercizio 2

Calcolare la funzione di intercorrelazione $\rho_{xy}(\tau)$ tra i due segnali periodici

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(t - kT) \quad e \quad y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(t - kT)$$

con

$$g(t) = \begin{cases} \left(t + \frac{T}{4}\right)^2 e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & -\frac{T}{4} \le t \le 0 \\ \left(t - \frac{T}{4}\right)^2 e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & 0 \le t \le \frac{T}{4} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

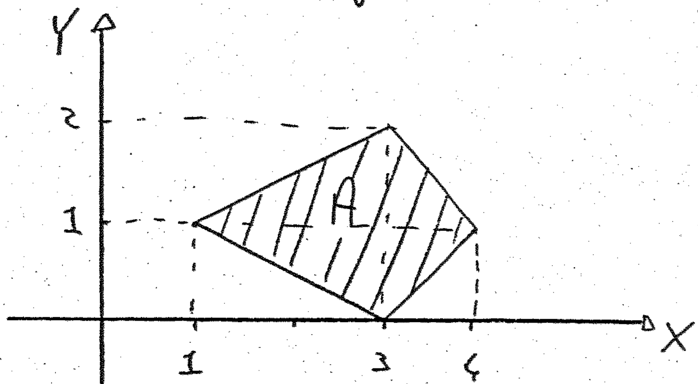
$$f(t) = \begin{cases} e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & -\frac{T}{4} \le t \le \frac{T}{4} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

(segue →)

Esercizio 3

Si consideri la variabile aleatoria bidimensionale (X, Y) avente funzione di densità di probabilità

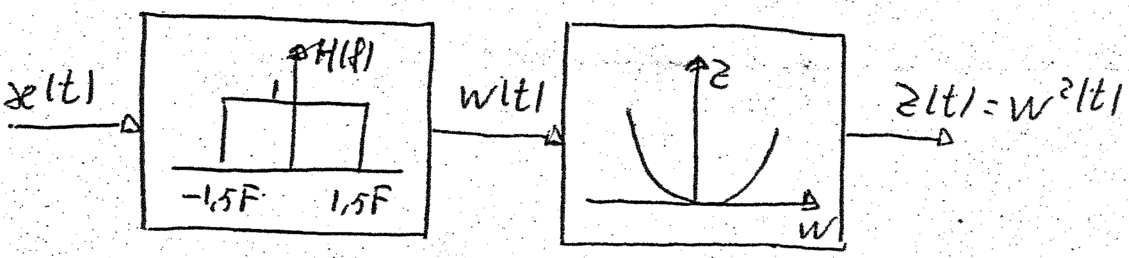
$$p_{XY}(x,y) = \begin{cases} K & (x,y) \in A \\ 0 & (x,y) \notin A \end{cases}$$



Si calcoli la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria $Z = X - 2Y$.

Esercizio 4

Sia $x(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(2\pi n F t + \phi_n)$ (F noto) un membro di un processo aleatorio le cui ampiezze $a_1, \ldots a_N$ sono note e le fasi $\phi_1, \ldots \phi_N$ sono determinazioni di N variabili aleatorie statistic. indipendenti tra loro e a distribuzione uniforme tra 0 e 2π. Supponendo che $x(t)$ transiti attraverso il sistema



si calcoli la gerarchia di ordine 1 e lo spettro di densità di potenza del processo $z(t)$.

Teoria dei Segnali 26/04/2005

COGNOME ______ NOME ______ MATRICOLA ______

Esercizio 1

Calcolare, nel dominio del tempo, la convoluzione tra i segnali $x(t) = 3\,\mathrm{rect}_3(t-1) - 2\,\mathrm{rect}_6(20-3t)$ e $y(t) = -2\,\mathrm{tri}_2(1-2t)$.

Esercizio 2

Sia dato il segnale $x(t)$, il cui inviluppo complesso rispetto alla frequenza f_0 è pari a

$$\underline{x}(t) = \frac{1}{2W}\,\frac{1+J}{\sqrt{2}}\,\mathrm{Ga}^2(2\pi W t)$$

all'ingresso del filtro la cui funzione di trasferimento è

$$H(f) = \mathrm{rect}_{2W}(f-f_0-W) + \mathrm{rect}_{2W}(f+f_0+W)$$

Si calcolino le componenti analogiche di bassa frequenza rispetto alla frequenza f_0 del segnale di uscita $y(t)$.

(segue →)

Esercizio 3

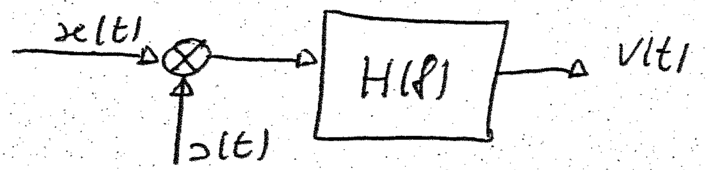
Si consideri la variabile aleatoria bidimensionale (X, Y) con densità di probabilità

$$p(x,y) = K|y| \, \mathrm{rect}_1(y) \, \mathrm{rect}_2(x-1)$$

Si calcolino valore atteso e varianza della variabile $Z = X + Y$ avendo determinato il valore di K.

Esercizio 4

Sia dato lo schema



Il segnale d'ingresso $x(t)$ è una realizzazione di un processo $X(t)$ gaussiano ergodico a valore medio nullo e spettro di densità di potenza

$$\mathcal{P}_{xx}(f) = \begin{cases} N_0(1 - |f|T) & -\frac{1}{T} < f < \frac{1}{T} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

$s(t)$ è una realizzazione di un processo aleatorio $S(t)$ ove

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k u_0(t - kT - \theta)$$

ove θ è la determinazione di una variabile aleatoria con distribuzione uniforme in $[-T/2, T/2]$ statisticamente indipendente dal processo d'ingresso.

Sia $H(f) = \dfrac{\mathrm{sen}(\pi f T)}{\pi f T} e^{-j2\pi f T}$.

Si calcoli lo spettro di densità di potenza di $v(t)$.

Teoria dei Segnali 23/09/05

COGNOME NOME MATRICOLA

Esercizio 1

Si calcoli la funzione di intercorrelazione tra i segnali

$$\begin{cases} x(t) = t e^{-t} u_{-1}(t) e^{j2\pi f_0 t} \\ y(t) = (t-1) \mathrm{rect}_2(t) e^{j2\pi f_0 t} \end{cases}$$

Esercizio 2

Si calcolino le componenti analogiche di bassa frequenza del segnale $X(f)$ rispetto a $f_0 = 6\,KHz$ essendo

$$X(f) = \begin{cases} 1 - \cos\left(\frac{\pi}{4000} f\right) & -4000 \le f \le 4000 \\ 2 & f \in [-6000, -4000] \cup [4000, 6000] \\ \frac{1}{1000}(f+8) & f \in [-8000, -6000] \\ -\frac{1}{1000}(f-8) & f \in [6000, 8000] \\ \emptyset & \text{altrove} \end{cases}$$

Esercizio 3

Date due variabili aleatorie X e Y statisticamente indipendenti con funzione di distribuzione pari rispettivamente ad:

(segue)

$$\begin{cases} D_X(x) = \left[1 - e^{-(x-2)}\right] u_{-1}(x-2) \\ D_Y(y) = \left[1 - \frac{1}{2} e^{-2y}\right] u_{-1}(y) \end{cases}$$

si calcoli la funzione di densità di prob. della variabile aleatoria $Z = X + 2Y$

Esercizio 4

Data la non linearità

$$y = rect_2(x)$$

al cui ingresso è applicato il processo armonico ergodico di ampiezza uguale a 2 e frequenza $F = 5\ KHz$, calcolare

1) la gerarchia del primo ordine del processo di uscita $Y(t)$,

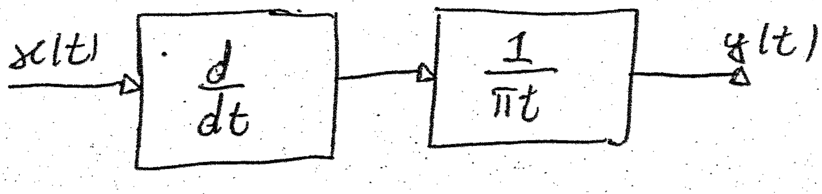
2) l'autocorrelazione del processo d'uscita $Y(t)$.

Teoria dei Segnali 13/07/2005

COGNOME NOME MATRICOLA

Esercizio 1

Con riferimento allo schema



sia $x(t) = \mathrm{Ca}[\pi 2 W t] \cos(2\pi f_0 t)$. Si calcoli

a) lo spettro di densità di Energia $E_{yy}(f)$ di $y(t)$

b) la funzione di intercorrelazione $C_{xy}(\tau)$ fra $x(t)$ e $y(t)$

Esercizio 2

Siano X e Y due v.a. congiuntamente gaussiane con $m_X=3$, $m_Y=-5$, $\sigma_X^2=16$, $\sigma_Y^2=36$, $\rho_{XY}=-0{,}1$. Ciò posto si calcoli il valore quadratico atteso $m_Z^{(2)}$ della v.a. $Z=X+Y$.

(segue →)

Esercizio 3

Il segnale periodico $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(t-4kT)$ con

$w(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{t}{T}\right) \mathrm{rect}_T(t)$ è l'ingresso di un filtro

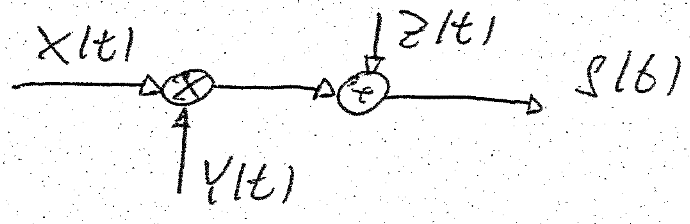
la cui risposta impulsiva è

$$h(t) = \left(\frac{t}{T} - 1\right) e^{j2\pi F t}\, \mathrm{rect}_T\left(t - \frac{T}{2}\right) \qquad F = \frac{10}{T}$$

Calcolare l'andamento nel tempo del modulo e della fase dell'uscita $y(t)$ del filtro.

Esercizio 4

Si consideri lo schema



ove $X(t)$, $Y(t)$ e $Z(t)$

siano tre processi aleatori mutuamente statisticamente indipendenti.

Sia $X(t)$ un processo gaussiano ergodico a valor atteso nullo e funzione di covarianza $K_X(\tau) = 16\, e^{-3|\tau|}$;

$Y(t)$ un processo armonico, ergodico con ampiezza $A = 50$ e $f_p = 20$ MHz

$Z(t)$ un processo gaussiano ergodico a valor atteso nullo e funzione di covarianza $K_Y(\tau) = 25\, \mathrm{tri}_4(\tau)$.

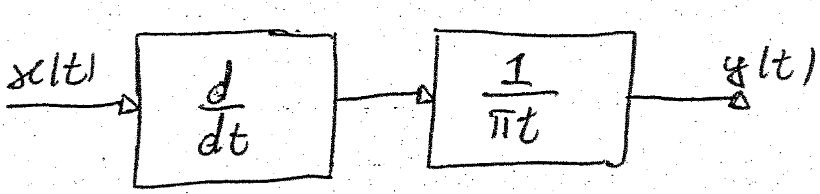
Si calcoli lo spettro di densità di potenza di $S(t)$.

Teoria dei Segnali 13/07/2005

COGNOME NOME MATRICOLA

Esercizio 1

Con riferimento allo schema



sia $x(t) = la[\pi 2wt] \cos(2\pi f_0 t)$. Si calcoli

a) lo spettro di densità di Energia $E_{YY}(f)$ di $y(t)$

b) la funzione di intercorrelazione $\varrho_{xy}(\tau)$ fra $x(t)$ e $y(t)$

Esercizio 2

Siano X e Y due v.a. congiuntamente gaussiane con $m_X = 3$, $m_Y = -5$, $\sigma_X^2 = 16$, $\sigma_Y^2 = 36$, $\rho_{XY} = -0{,}1$.
Ciò posto si calcoli il valore quadratico atteso $m_Z^{(2)}$ della v.a. $Z = X + Y$.

(segue →)

Esercizio 3

Il segnale periodico $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} w(t-4kT)$ con

$w(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{t}{T}\right) \mathrm{rect}_T(t)$ è l'ingresso di un filtro

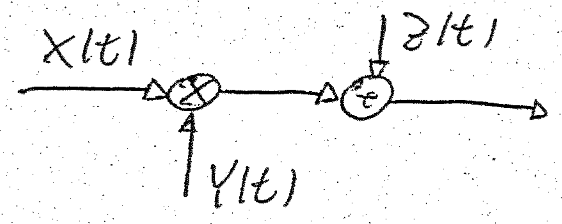
la cui risposta impulsiva è

$$h(t) = \left(\frac{t}{T} - 1\right) e^{j2\pi F t}\, \mathrm{rect}_T\left(t - \frac{T}{2}\right) \quad F = \frac{10}{T}$$

Calcolare l'andamento nel tempo del modulo e della fase dell'uscita $y(t)$ del filtro.

Esercizio 4

Si consideri lo schema



ove $X(t)$, $Y(t)$ ed $Z(t)$

sono tre processi aleatori mutuamente statisticamente indipendenti.

Sia $X(t)$ un processo gaussiano ergodico a valor atteso nullo e funzione di covarianza $K_X(\tau) = 16\, e^{-3|\tau|}$;

$Y(t)$ un processo armonico, ergodico con ampiezza $A = 50$ e $f_0 = 20\,\pi\,\mathrm{Hz}$

$Z(t)$ un processo gaussiano ergodico a valor atteso nullo e funzione di covarianza $K_Z(\tau) = 25\, \mathrm{tri}_4(\tau)$.

Si calcoli lo spettro di densità di potenza di $S(t)$.

Teoria dei Segnali 28/11/2005

COGNOME NOME MATRICOLA

P.O. N.O.

Esercizio 1

Si calcoli nel dominio del tempo la funzione di intercorrelazione $\varepsilon_{xy}(\tau)$ dei segnali

$$x(t) = -(t-1)^2 \operatorname{rect}_2(t-1) \; ; \; y(t) = (t-4)\operatorname{rect}_1(t-4).$$

Esercizio 2

Si calcoli lo spettro di densità di potenza del segnale periodico $x(t)$ con periodo $T=2$,

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT)$$

essendo $g(t)$ il segnale

$$g(t) = \begin{cases} t & t \in [0,1] \\ -(t-1)^2+1 & t \in [1,2] \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

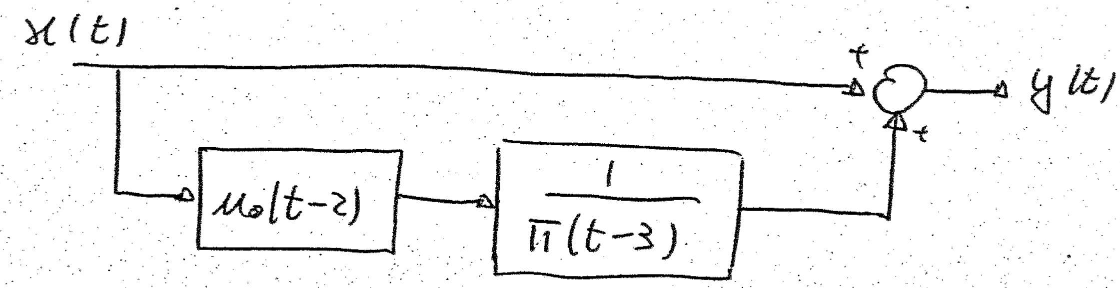
(segue)

Esercizio 3

Sia $X(t)$ un processo gaussiano, stazionario, ergodico a valor atteso nullo e funzione di covarianza $K_X(\tau)$

$$K_X(\tau) = 16\, e^{-3|\tau|}$$

Si calcoli la gerarchia di ordine 2 di $Y(t)$



Esercizio 4

Sia X una variabile aleatoria con funzione di densità di probabilità pari a

$$f_X(x) = \frac{\lambda}{2}\, e^{-\lambda|x-3|}$$

Si calcolino valore atteso e varianza della variabile aleatoria Y ottenuta da X tramite la trasformazione $y = f(x)$ con

$$f(x) = \begin{cases} -3 & x < 0 \\ (x-3) & 0 \le x \le 6 \\ 3 & x > 6 \end{cases}$$