Teoria dei Segnali 20/06/06

COGNOME — NOME — MATRICOLA

☐ P.O ☐ N.O

Esercizio 1

Siano date le variabili aleatorie X ed Y congiuntamente Gaussiane, con valori medi $m_X = 2$, $m_Y = 1$, varianze $\sigma_X^2 = 2$, $\sigma_Y^2 = 3$ e coeff. di correlazione $\rho = 0{,}5$.
Calcolare la densità di probabilità della variabile aleatoria bidimensionale (W, Z) con $W = Y + X$ e $Z = Y - 2X$.

Esercizio 2

Si considerino due processi aleatori mutuamente statisticamente indipendenti, Gaussiani, a valore atteso nullo e spettri di densità di potenza

$$\mathcal{P}_{XX}(f) = A\left(1 - \frac{|f|}{2W}\right) \mathrm{rect}_{4W}(f)$$

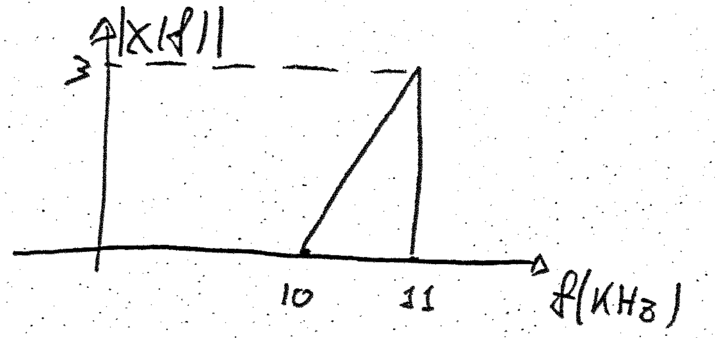
$$\mathcal{P}_{YY}(f) = \begin{cases} D & |f| \le 2W \\ 2D\left(1 - \frac{|f|}{4W}\right) & 2W \le |f| \le 4W \end{cases}$$

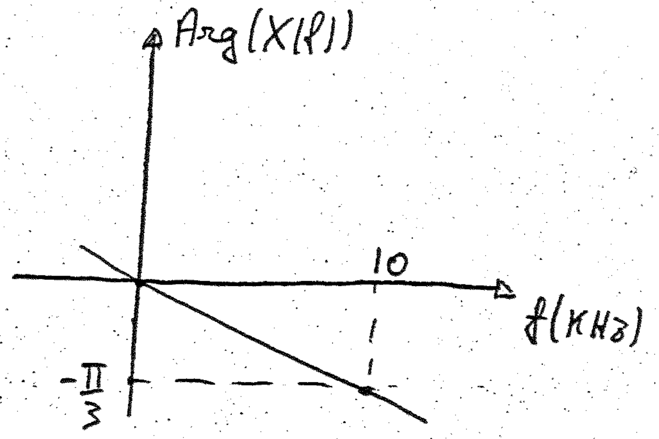
Si calcoli $E\{x(t_2) / z(t_1)\}$ essendo $z(t) = X(t) + Y(t)$.

(rigiri pagina)

Esercizio 3

Il segnale $x(t)$ è caratterizzato dalla trasformata di Fourier in figura





a) calcolare le componenti analogiche di bassa frequenza di $x(t)$ rispetto alla frequenza $f_0 = 10\,KHz$ e $f_0 = 11\,KHz$.

b) l'antitrasformata di Fourier di $X(f)$

Esercizio 4

Calcolare la funzione di intercorrelazione $\rho_{xy}(\tau)$ tra i due segnali periodici

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g\left(t - kT - \frac{T}{4}\right) \qquad y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(t - kT)$$

con

$$g(t) = \begin{cases} \left(t + \frac{T}{4}\right)^2 e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & -\frac{T}{4} \le t \le 0 \\ \left(t - \frac{T}{4}\right)^2 e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & 0 \le t \le T/4 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

$$f(t) = \begin{cases} \left(\frac{T}{4} - t\right) e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & 0 \le t \le \frac{T}{4} \\ \frac{T}{4} e^{j2\pi \frac{24}{T} t} & -\frac{T}{4} \le t \le 0 \\ \emptyset & \text{altrove} \end{cases}$$

Teoria dei Segnali 27/04/2006

COGNOME NOME MATRICOLA

Esercizio 1

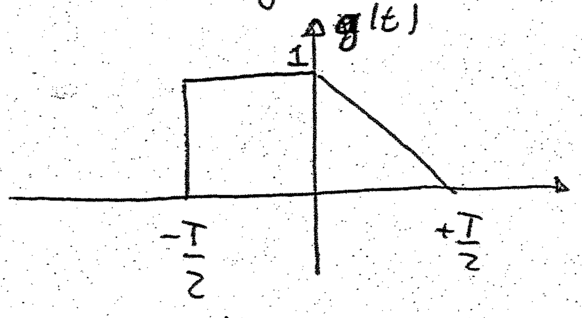
Date due variabili aleatorie X e Y statisticamente indipendenti con

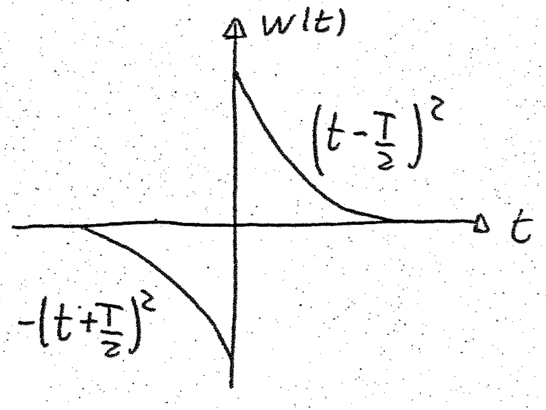
$$p_X(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} u_{-1}(x) \qquad p_Y(y) = \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda y} u_{-1}(y)$$

si determini la f.d.p. condizionata $p_{X/Z}(x/z)$ essendo $Z = 2X - 3Y$.

Esercizio 2

Dati i segnali periodici





$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t-kT) \quad \text{ed} \quad y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(t-kT)$$

si calcoli la funzione di intercorrelazione $\rho_{XY}(\tau)$.

(segue)

Esercizio 3

Il processo aleatorio stazionario una cui realizzazione è

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(t - kT + \theta)$$

(con $w(t) = \frac{6t}{T} \operatorname{rect}_T(t)$ e θ una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra $-\frac{T}{2}$ e $\frac{T}{2}$) è l'ingresso di un dispositivo quadratore caratterizzato dalla caratteristica ingresso-uscita $y = 4x^2$.

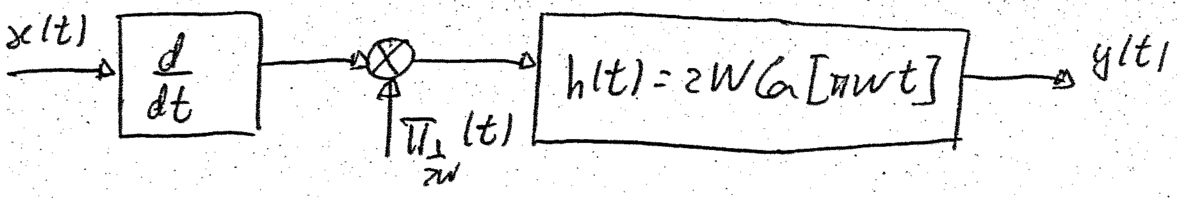
Calcolare:

a) la gerarchia del primo ordine del processo di uscita $Y(t)$

b) lo spettro di densità di potenza del processo di uscita $Y(t)$.

Esercizio 4

Con riferimento allo schema



sia $x(t) = 2W\, Ca[\pi W t]\, \operatorname{sen}(\pi W t)\, e^{-8\pi W t}$

$$\Pi_{\frac{1}{2W}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_0\left(t - \frac{k}{2W}\right)$$

Ciò posto si calcoli $y(t)$.

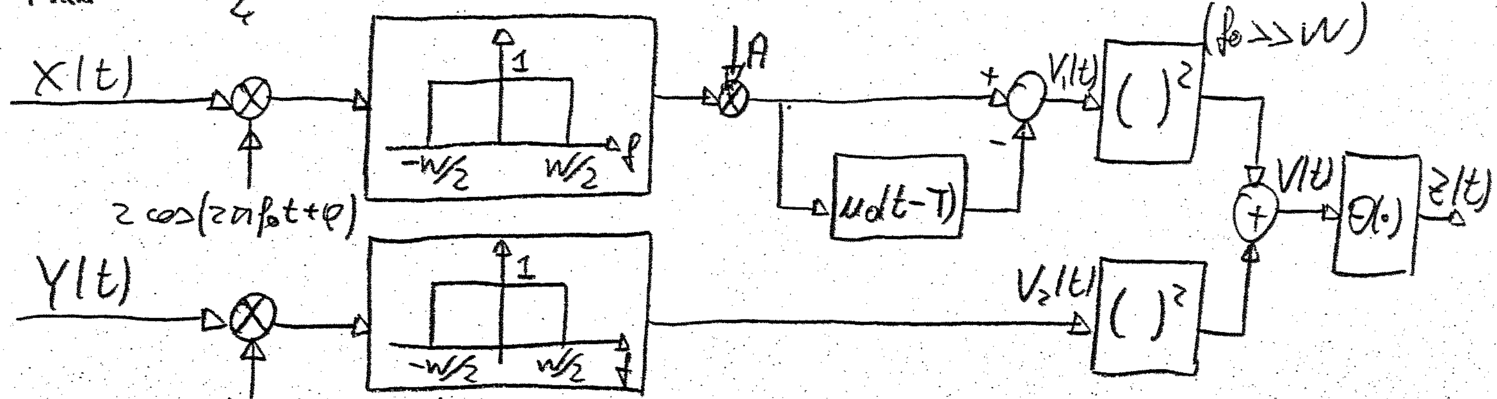
(B) Teoria dei Segnali 13/07/2006

COGNOME NOME MATRICOLA

Esercizio 1

Si considerino due processi aleatori $X(t)$ e $Y(t)$ stat. indip., Gaussiani stazionari, ergodici, a valore atteso nullo con funzione di autocorrelazione

$$R_{XX}(\tau) = \frac{3}{4} N_0 W \, \mathrm{sinc}\left[\pi \frac{W}{2} \tau\right] \cos 2\pi f_0 \tau \,; \quad R_{YY}(\tau) = 2 N_0 W \, \mathrm{sinc}^2[\pi W \tau] \cos 2\pi f_0 \tau$$



$-2\,\mathrm{sen}(2\pi f_0 t + \varphi - \frac{\pi}{12})$

Φ - v.a. unif distrib in $[0, 2\pi)$ ed indip da $X(t)$ e $Y(t)$

a) si calcoli il valore di A affinché $V_1(t)$ e $V_2(t)$ abbiano la stessa potenza

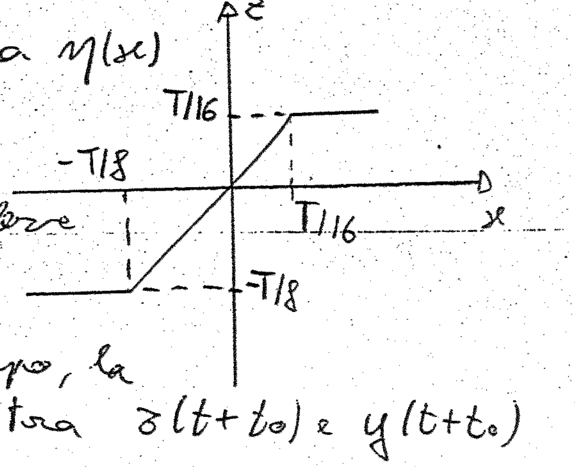
b) la gerarchia del primo ordine di $Z(t)$ con $\Theta(v) = \begin{cases} 0 & v \le 0 \\ \sqrt{v} & 0 \le v \le 1 \\ 1 & v \ge 1 \end{cases}$

Esercizio 2

Si considerino i due segnali

$$x(t) = \begin{cases} (t + T/4) & -T/4 \le t \le 0 \\ (t - T/4) & 0 \le t \le T/4 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \qquad y(t) = \begin{cases} -t & -T/4 \le t \le 0 \\ T/4 & -T/2 \le t \le -T/4 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Sia $z(t)$ il segnale ottenuto da $x(t)$ facendolo transitare attraverso la non linearità istantanea $\eta(x)$

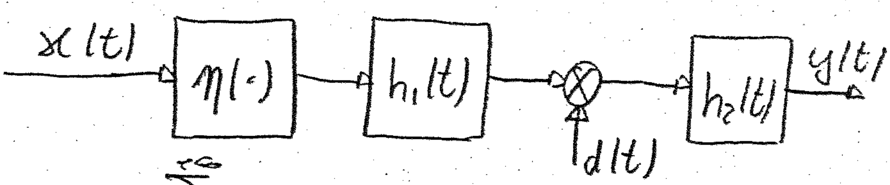


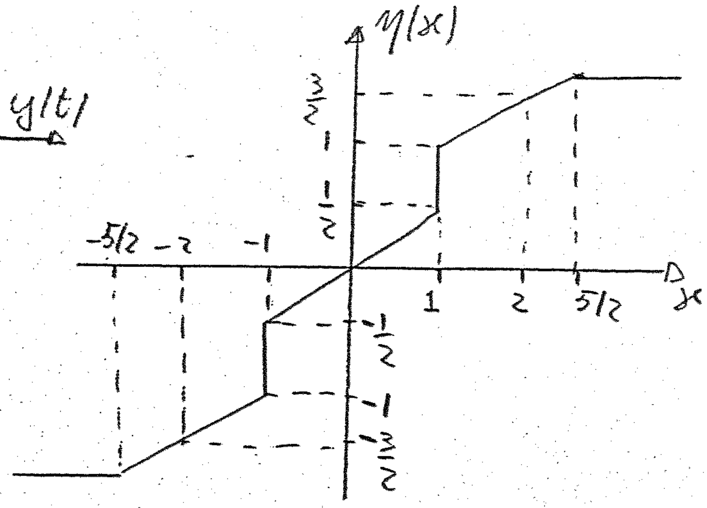
a) Si calcoli, nel dominio del tempo, la funzione di intercorrelazione tra $z(t)$ e $y(t)$.

b) Si calcoli, nel dominio del tempo, la funzione di intercorrelazione tra $z(t+t_0)$ e $y(t+t_0)$ per $t_0 = \frac{T}{2}, \frac{3}{2}T, 2T.$

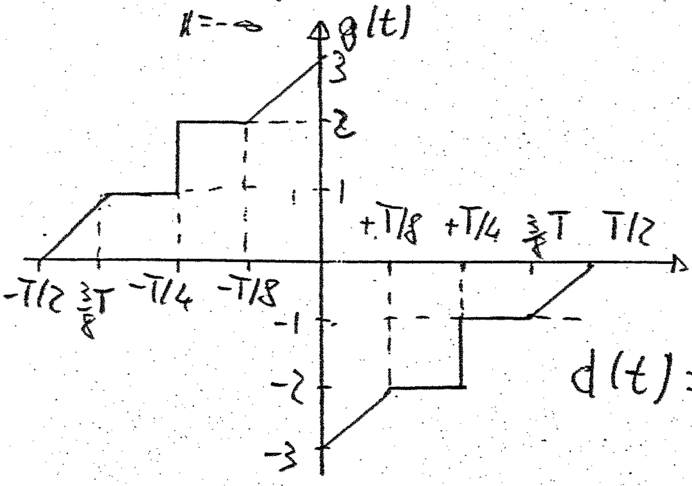
(segue →)

Esercizio 3





$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(t-kT)$$



$$h_1(t) = \frac{5}{2T} G\left[\pi t \frac{5}{2T}\right]$$

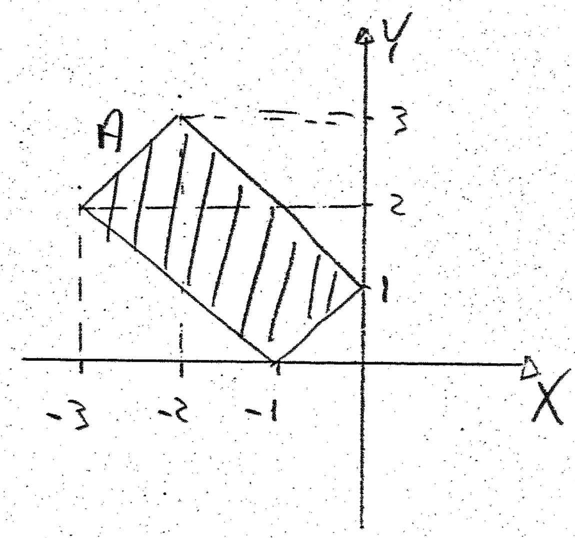
$$d(t) = G^2[\pi t/2T] \qquad h_2(t) = \mathrm{rect}_{\frac{1}{T}}(t) \cos\frac{2\pi}{T} t$$

Si calcolino le componenti analogiche di bassa frequenza di $y(t)$ rispetto alla frequenza $f_0 = 1/T$.

Esercizio 4

Data la variabile aleatoria bidim. (X, Y) avente la funzione di densità di probabilità

$$p_{XY}(x,y) = \begin{cases} K & (x,y) \in A \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$



si calcoli

a) la probabilità che $(X \leq -2,\ Y \geq 2)$

b) la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria Z condizionata ad X essendo $Z = X + 3Y$.